

Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas
ACM

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA

Prueba Regional - 05 de mayo de 2012
Quinto Año de Educación Media General

Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Teléfono(s): _____ Dirección de correo electrónico: _____

Instituto: _____ Sección: _____ Ciudad: _____

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ 5 _____ Total: _____

Todas las respuestas deben justificarse.

Duración de la prueba: 3 horas y media

Valor de cada problema: 7 puntos

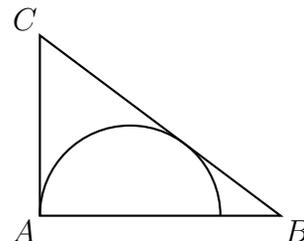
Problema 1

Un entero positivo es *fino* si es par, tiene cuatro dígitos y el número formado por los dos primeros dígitos es igual a cinco veces el número formado por los dos últimos dígitos. Ejemplo: 7014 es fino.

- a) Halle el máximo común divisor de todos los números finos.
- b) Halle el mínimo común múltiplo de todos los números finos.

Problema 2

El triángulo ABC es rectángulo en A , $AB = 8$ cm y $AC = 6$ cm. ¿Cuál es el radio de la semicircunferencia cuyo diámetro se apoya en AB y que es tangente a los otros dos lados del triángulo ABC ?



Problema 3

Ayer y hoy han estado jugando en el parque un grupo de niñas y niños. Ayer la relación de niñas a niños era de 2 : 3. Hoy, el número de niños es el cuadrado del número de niñas y además hay 6 niños y 7 niñas menos que ayer. Contando a los niños y a las niñas, ¿cuántos estuvieron jugando ayer?

Problema 4

En una caja azul hay doce pelotas, numeradas del 1 al 12. Enrique mueve algunas de ellas, pero no todas, a otra caja verde. Al hacerlo se da cuenta que para cada dos pelotas de la caja verde lo siguiente es verdad: Si estas dos pelotas están numeradas con los números a y b , entonces la pelota marcada con el número $|a - b|$ está en la caja azul. ¿Cuál es la mayor cantidad de pelotas que Enrique pudo mover a la caja verde?

Problema 5

Tenemos un triángulo ABC . La bisectriz de $\angle BAC$ corta a \overline{BC} en D . ADC es isósceles con $AD = CD = 36$ y $BD = 64$. Hallar las longitudes de los lados de ABC .